

## 2.1

[ **Σημείωση:** Το πρόβλημα θεωρεί παλμό διάρκειας 10 psec. Επίσης ο παλμός εφαρμόζεται στην κατεύθυνση (1,0,0) ]

Έστω ότι έχουμε ηλεκτρόνια στη βάση της ζώνης αγωγιμότητας στο πυρίτιο και ένα παλμό ηλεκτρικού πεδίου 10kV/cm κατά μήκος της διεύθυνσης (1,0,0).

Τα ηλεκτρόνια με την απουσία σκέδασης υπακούουν στην σχέση  $\hbar \cdot dk / dt = -e \cdot F$ . Εφόσον το F είναι σταθερό και ίσο με 10kV/cm κατά την διάρκεια του παλμού, τότε στο τέλος του παλμού θα έχουμε:

$$\Delta \mathbf{k} = (e \cdot F \cdot \Delta t / \hbar) \cdot \hat{U}_x \quad (\text{όπου } \hat{U}_x \text{ το μοναδιαίο διάνυσμα στον άξονα των } x)$$

Τα ελάχιστα της Ζ.Α. για το Si βρίσκονται στα ακόλουθα σημεία k της ζώνης Brillouin:

$$\mathbf{K}_{01} = (0.85 \cdot 2\pi/a, 0, 0)$$

$$\mathbf{K}_{02} = (0, 0.85 \cdot 2\pi/a, 0)$$

$$\mathbf{K}_{03} = (0, 0, 0.85 \cdot 2\pi/a)$$

$$\mathbf{K}_{04} = -\mathbf{K}_{01}$$

$$\mathbf{K}_{05} = -\mathbf{K}_{02}$$

$$\mathbf{K}_{06} = -\mathbf{K}_{03}$$

Έτσι η ενέργεια είναι :

A) Για τα  $\mathbf{K}_{01}, \mathbf{K}_{04}$   $E - E_c = \hbar^2 \cdot (\Delta \mathbf{k})^2 / 2m_l$  με  $m_l = 0,98m_0$

B) Για τα  $\mathbf{K}_{02}, \mathbf{K}_{03}, \mathbf{K}_{05}, \mathbf{K}_{06}$   $E - E_c = \hbar^2 \cdot (\Delta \mathbf{k})^2 / 2m_t$  με  $m_t = 0,19m_0$

## 2.2

Έστω ότι έχουμε φωτόνιο ενέργειας 2eV που προσπίπτει πάνω σε ημιαγωγό. Η ορμή που μεταφέρει το φωτόνιο είναι  $p = \hbar \cdot k$

Γνωρίζουμε ότι  $k = 2\pi/\lambda$  και  $\lambda = c/v$

$$\text{Έτσι } k = 2\pi \cdot v/c = 2\pi \cdot h\nu / h \cdot c = 2eV / \hbar \cdot c$$

Το  $\hbar \cdot c$  είναι  $0.67(\text{meV} \cdot \text{psec}) \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$

$$\text{Άρα } k \approx 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Αυτή η τιμή είναι αμελητέα σε σύγκριση με το εύρος της ζώνης Brillouin που είναι  $2\pi/a = 2\pi/5.61 \text{ \AA} \approx 10^{10} \text{ m}^{-1}$ .

### 2.3

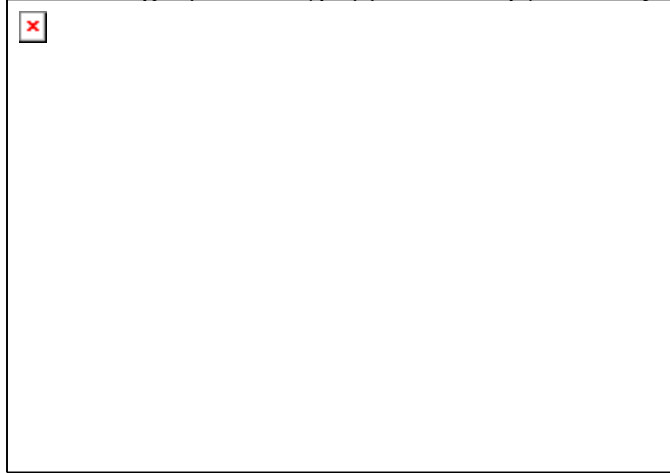
Γνωρίζουμε ότι η ενέργεια που αντιστοιχεί σε φωτόνια με μήκος κύματος  $0.5\mu\text{m}$  είναι  $E = h \cdot c / \lambda = 12400 \text{eV} \cdot \text{\AA} / 0.5 \mu\text{m} = 2.48 \text{eV}$

Έτσι ψάχνουμε ημιαγωγούς με ενεργειακό χάσμα μεγαλύτερο από  $2.48 \text{eV}$

Από τον πίνακα B5 σελ. 746 παρατηρούμε ότι ο C με ενεργειακό χάσμα  $5.5 \text{eV}$  και το SiC με  $2.9 \text{eV}$  ικανοποιούν το πρόβλημά μας.

### 2.4

Για το Si έχουμε το διάγραμμα των ενεργειακών ζωνών του σχήματος :



Η ζητούμενη διαφορά ορμής αντιστοιχεί στο  $\Delta \mathbf{k}$  μεταξύ των άκρων των ΖΣ και ΖΑ για το Si. Έτσι  $\Delta \mathbf{k} = (0.85 \cdot 2\pi / a - 0, 0-0, 0-0) = (0.85 \cdot 2\pi / a, 0, 0)$   
 $[\Delta k] = 0.85 \cdot 2\pi / a = 0.95 \cdot 10^{10} \text{m}^{-1}$  με  $a = 5.61 \text{\AA}$  (η πλεγματική σταθερά του Si)

### 2.5

Υποθέτουμε ότι στο συγκεκριμένο ημιαγωγό το ελάχιστο της Ζ.Α. βρίσκεται στο  $\Gamma$  ( $\mathbf{k}=0$ ) και ότι η ενεργός μάζα του ηλεκτρονίου είναι  $m_e = 0.1m_0$ .

Η ενέργεια για  $k_e = 0.3 \text{\AA}^{-1}$  είναι :

$$E - E_c = \hbar^2 \cdot k_e^2 / 2 m_e = 3.6 \text{eV} \quad \text{με } m_0 = 0,511 \cdot 10^6 \text{eV}$$

Η ηλεκτρονική συγγένεια μας δίνεται ίση με  $10 \text{eV}$  και αντιστοιχεί στην διαφορά ενέργειας κενού με το άκρο της ΖΑ. Έτσι η ενέργεια του ηλεκτρονίου μετρημένη από την στάθμη του κενού είναι  $E = -(10 - 3.6) \text{eV} = -6.4 \text{eV}$

### 2.6

Η πυκνότητα καταστάσεων δίδεται από τον τύπο:

$N(E) = [\sqrt{2} \cdot (m^*)^{3/2} \cdot (E - E_0)^{1/2}] / \pi^2 \hbar^3$  όπου  $E_0 = E_C$  ή  $E_V$  ανάλογα αν πρόκειται για τη ΖΑ ή ΖΣ.

1. Για το GaAs έχουμε :

$$\mathbf{Z.A.} \quad m^* = m_e^* = 0.067m_0$$

$$\mathbf{Z.Σ} \quad (m^*)^{3/2} = (m_{HH}^*)^{3/2} + (m_{LH}^*)^{3/2} = (0.5m_0)^{3/2} + (0.08m_0)^{3/2}$$

2. Για το Si έχουμε :

**Z.A.**  $m^* = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{1/3}$  με  $m_1 = 0.98m_0$ , και  $m_2 = m_3 = 0.19m_0$   
Επίσης πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την  $N(E)$  με 6 γιατί έχουμε 6 ισοδύναμα ελάχιστα στην ζώνη αγωγιμότητας .

**Z.Σ.**  $(m^*)^{3/2} = (m_{HH}^*)^{3/2} + (m_{LH}^*)^{3/2} = (0.49m_0)^{3/2} + (0.16m_0)^{3/2}$

3. Για το Ge έχουμε :

**Z.A.**  $m^* = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{1/3}$  με  $m_1 = 1.64m_0$ , και  $m_2 = m_3 = 0.082m_0$

**Z.Σ.**  $(m^*)^{3/2} = (m_{HH}^*)^{3/2} + (m_{LH}^*)^{3/2} = (0.29m_0)^{3/2} + (0.044m_0)^{3/2}$

## 2.7

Έστω ότι το κυματοδιάνυσμα ενός ηλεκτρονίου ζώνης αγωγιμότητας στο GaAs είναι  $\mathbf{k} = (0.1, 0.1, 0.0) \text{ \AA}^{-1}$ . Το άκρο της ζώνης αγωγιμότητας είναι στο σημείο  $(0,0,0)$

Έτσι το  $\Delta\mathbf{k}$  είναι  $(0.1, 0.1, 0) \text{ \AA}^{-1}$

Άρα η ενέργεια είναι

$$E - E_c = (\hbar^2 / 2m_e) [\Delta k_x^2 + \Delta k_y^2 + \Delta k_z^2] \quad \text{με } m_e = 0.067m_0$$

## 2.8

Έχουμε ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται στην ζώνη αγωγιμότητας στο Si στην  $(100)$  κοιλάδα και έχει διάνυσμα  $\mathbf{k} = 2\pi/\alpha (1.0, 0.1, 0.1)$ .

Το άκρο της ζώνης αγωγιμότητας στο Si είναι το  $\mathbf{k}_0 = 2\pi/\alpha (0.85, 0, 0)$

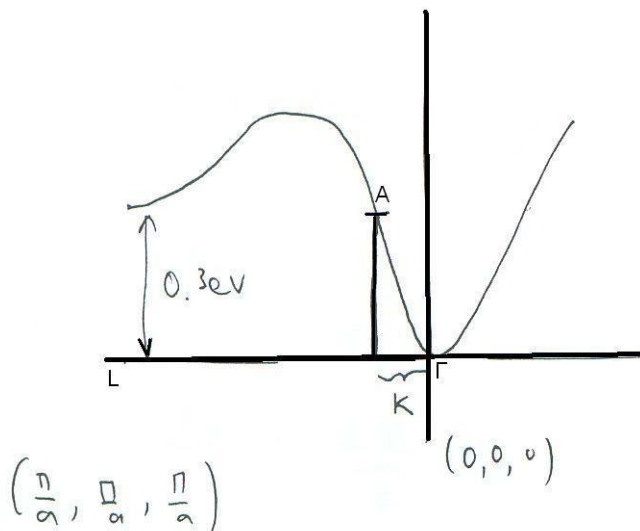
Έτσι το  $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = 2\pi/\alpha (0.15, 0.1, 0.1)$

Οπότε η διαφορά ενέργειας θα είναι :

$$E - E_c = \hbar^2 * \Delta k_x^2 / 2m_l + \hbar^2 * \Delta k_y^2 / 2m_t + \hbar^2 * \Delta k_z^2 / 2m_t$$

με  $m_l = 0.98m_0$  και  $m_t = 0.19m_0$ .

## 2.9



Μετρώντας από το άκρο της ZA, η ενέργεια στο σημείο L του GaAs είναι 0.3eV. Για να έχουμε την ελάχιστη μεταβολή του κυματανύσματος k πρέπει το ηλεκτρόνιο της κοιλάδας Γ να βρίσκεται στην ίδια ενέργεια με το σημείο L. Έτσι θα βρίσκεται στο σημείο A του γραφήματος.

Γνωρίζουμε ότι στο σημείο A ισχύει  $E - E_c = 0.3\text{eV} = \hbar^2 k^2 / 2m_e$  όπου  $m_e = 0.067m_0$ . Έτσι  $E - E_c = C * k$  όπου  $C = \hbar^2 / 2m_e$ .

Οπότε το μέτρο του k είναι  $[k] = \sqrt{0.3\text{eV} / C}$ .

Για να έχουμε την μικρότερη μεταβολή του κυματανύσματος κατά την μετάβαση από το A στο L, θα πρέπει το A να βρίσκεται στην διαγώνια κατεύθυνση από το σημείο Γ  $= (0,0,0)$  στο σημείο L  $= \pi/a * (1,1,1)$ . Με άλλα λόγια θα έχει συνιστώσες  $(k_1, k_2, k_3)$  με  $k_1 = k_2 = k_3$ . Επίσης πρέπει να ισχύει  $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k^2 \rightarrow$

$$3 * k_1^2 = k^2 \rightarrow k_1 = k/\sqrt{3}$$

Επομένως η  $\Delta \mathbf{k}_{\min} = (\mathbf{k}_L - \mathbf{k}_A) = \pi/a * (1,1,1) - k/\sqrt{3} * (1,1,1)$

## 2.10

Η ενέργεια των ηλεκτρονίων στη ZA με κυματοδιάνυσμα  $\mathbf{k} = (0.01, 0.01, 0.01) \text{ \AA}^{-1}$  δίδεται από τον τύπο  $E - E_c = \hbar^2 * \Delta k^2 / 2m_e$  όπου  $\Delta \mathbf{k} = (0.01, 0.01, 0.01) \text{ \AA}^{-1} - (0, 0, 0) \text{ \AA}^{-1}$  και  $m_e$  οι μάζες  $m_{e \text{ GaAs}} = 0.067m_0$  και  $m_{e \text{ InAs}} = 0.027m_0$  για κάθε περίπτωση.

## 2.11

Υποθέτουμε ότι ο παλμός ηλεκτρικού πεδίου  $10^4 \text{ eV/cm}$  εφαρμόζεται παράλληλα στην κατεύθυνση (-χ).

Γνωρίζουμε ότι για τα ηλεκτρόνια ισχύει:

$$\hbar d\mathbf{k} / dt = -e\mathbf{F} \Rightarrow dk * \hat{U}_x = e * \mathbf{F} * dt * \hat{U}_x / \hbar \Rightarrow \Delta t = (\hbar / e * \mathbf{F}) * \Delta k$$

Το  $\Delta k$  είναι η διαφορά του κυματανύσματος από την βάση της ζώνης αγωγιμότητας στο άκρο της ζώνης Brillouin κατά την διεύθυνση χ. Έτσι  $\Delta \mathbf{k} = 2\pi/a (1,0,0)$

Οπότε  $\Delta t = 6.7 \text{ psec}$

[**Σημείωση:** Αφού το ηλεκτρόνιο φτάσει στο σημείο X θα επιστρέψει πίσω στο Γ.]