

2.15

Θέλουμε να υπολογίσουμε το ενεργειακό χάσμα του κράματος $\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$ καθώς το x μεταβάλλεται από $1.0 \rightarrow 0$.

Το ελάχιστο της Ζώνης Αγωγιμότητας (Ζ.Α) του Si είναι κοντά στο σημείο X.

Το ελάχιστο της Ζώνης Αγωγιμότητας (Ζ.Α) του Ge είναι κοντά στο σημείο L.

Όπως παρατηρούμε στο σχήμα τα ενεργειακά χάσματα είναι:

$$\text{Si } E_{gX} = 1.1 \text{ eV} \quad E_{gL} = 2.2 \text{ eV}$$

$$\text{Ge } E_{gX} = 0.8 \text{ eV} \quad E_{gL} = 0.6 \text{ eV}$$

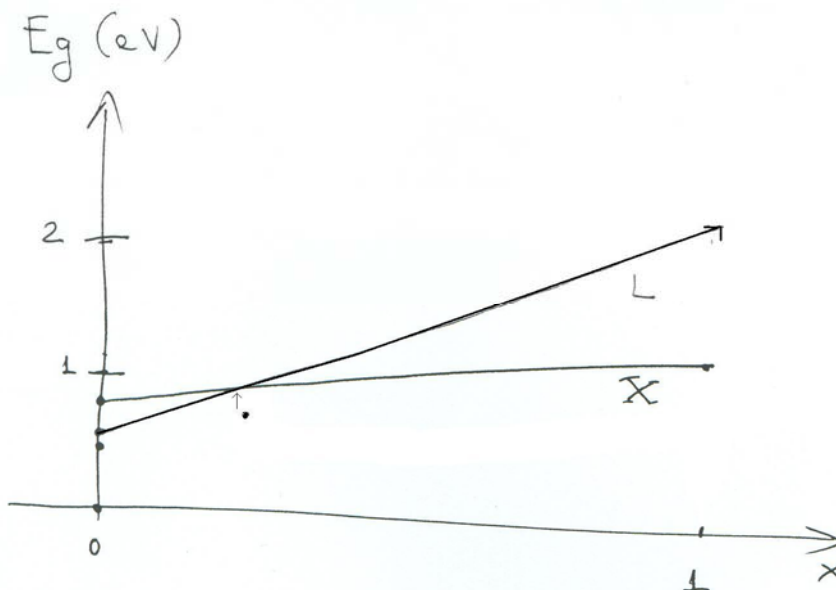
Σύμφωνα με την προσέγγιση << Ιδεατού Κρυστάλλου >> για κράματα έχουμε:

$$E_{gX}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = x \cdot 1.1 \text{ eV} + (1-x) \cdot 0.8 \text{ eV}$$

$$E_{gL}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = x \cdot 2.2 \text{ eV} + (1-x) \cdot 0.6 \text{ eV}$$

Για να βρείτε το x στο σημείο τομής του παρακάτω σχήματος θα πρέπει να εξισώσετε

$$E_{gX}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = E_{gL}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x})$$



2.16

(Βλ. σχήμα Β1 Παράρτημα Β)

Τα κράματα από InAs, InP, GaAs, GaP που μπορούν να προσαρμοστούν στο InP είναι:

A) Το τριμερές κράμα $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

B) Το τετραμερές κράμα $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$

- Για το τριμερές : $\alpha(\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}) = x \cdot \alpha_{\text{InAs}} + (1-x) \cdot \alpha_{\text{GaAs}}$

Για να είναι το τριμερές προσαρμοσμένο πλεγματικά στο InP πρέπει

$$\alpha(\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}) = \alpha(\text{InP})$$

Με $\alpha_{\text{InP}} = 5.87 \text{ \AA}$, $\alpha_{\text{InAs}} = 6.05 \text{ \AA}$, $\alpha_{\text{GaAs}} = 5.64 \text{ \AA}$ έχουμε:

$$x \cdot 6.05 + (1-x) \cdot 5.64 = 5.87 \rightarrow x = 0.56$$

- Για το τετραμερές τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα και εκτός εξεταστέας ύλης. Όμως για περιέργεια έχουμε:

$$\alpha(\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}) = x \cdot y \cdot \alpha_{\text{InAs}} + x \cdot (1-y) \cdot \alpha_{\text{InP}} + (1-x) \cdot y \cdot \alpha_{\text{GaAs}} + (1-x) \cdot (1-y) \cdot \alpha_{\text{GaP}}$$

$$\text{Πρέπει } \alpha_{\text{InP}} = \alpha(\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y})$$

Μετά από πράξεις καταλήγουμε στην εξίσωση

$$0.43 = 0.43x + 0.20y - 0.02x \cdot y$$

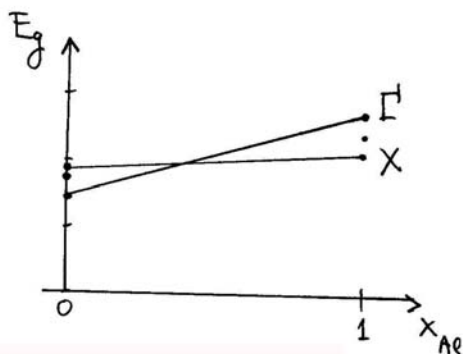
Έτσι παρατηρούμε ότι υπάρχει μια πλειάδα ζευγών (x,y) που ικανοποιούν την παραπάνω σχέση. Προσέξτε ότι αν $x=0$ η εξίσωση δεν ικανοποιείται. Αντίθετα αν $y=0$ τότε η εξίσωση ικανοποιείται για $x=1$.

2.18

Από το παράδειγμα 2.4 (σελ.126) έχουμε

$$E_{g\Gamma}(\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}) = 2.75x + 1.43(1-x)$$

$$E_{gX}(\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}) = 2.15x + 1.91(1-x)$$



Στο σημείο τομής του σχήματος ισχύει $E_{g\Gamma} = E_{gX} \rightarrow$

$$2.75x + 1.43(1-x) = 2.15x + 1.91(1-x) \rightarrow x = 0.44$$

Έτσι από 0 έως 44% συγκέντρωσης Al το AlGaAs είναι ημιαγωγός αμέσου χάσματος.

$$\text{Για } x = 0.44 \text{ το } E_g = 2.75 \cdot 0.44 + 1.43 \cdot (1 - 0.44) = 2.01 \text{ eV}$$

2.19

Από την άσκηση 2.15 ήδη έχουμε

$$E_{gX}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = x \cdot 1.1\text{eV} + (1-x) \cdot 0.8\text{eV}$$

$$E_{gL}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = x \cdot 2.2\text{eV} + (1-x) \cdot 0.6\text{eV}$$

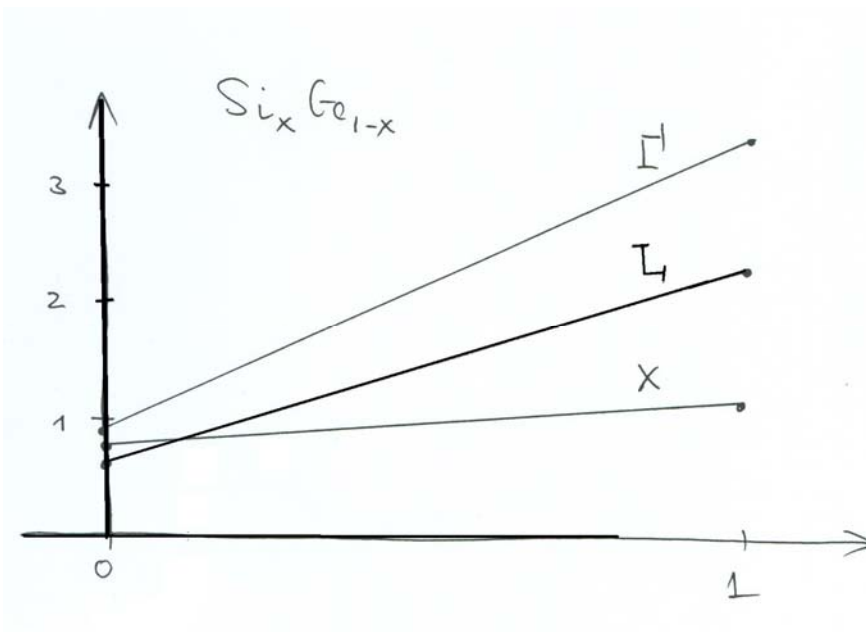
Για το σημείο Γ έχουμε

$$E_{g\Gamma}(\text{Ge}) = 0.9\text{eV}$$

$$E_{g\Gamma}(\text{Si}) = 3.4\text{eV}$$

Έτσι το ενεργειακό χάσμα του $\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$ στο σημείο Γ είναι;

$$E_{g\Gamma}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = x \cdot 3.4\text{eV} + (1-x) \cdot 0.9\text{eV}$$



Για να βρούμε την σύνθεση που ζητάει το πρόβλημα έχουμε:

$$E_{gX}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) = E_{gL}(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}) \rightarrow x \cdot 2.2 + (1-x) \cdot 0.6 = x \cdot 1.1 + (1-x) \cdot 0.8 \rightarrow x = 0.154$$

Έτσι από 0 έως 15% το E_g του $\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$ αντιστοιχεί σε μετάβαση $\Gamma_{Z\Sigma} \rightarrow L_{ZA}$

Για $x > 15\%$ το E_g του $\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$ αντιστοιχεί σε μετάβαση $\Gamma_{Z\Sigma} \rightarrow X_{ZA}$

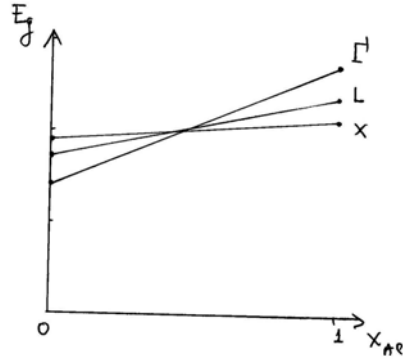
2.20

Για το κράμα $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ έχουμε τις εξής εξισώσεις για το E_g :

$$E_{g\Gamma} = 2.75x + 1.43(1-x)$$

$$E_{gX} = 2.15x + 1.91(1-x)$$

$$E_{gL} = 2.4x + 1.73(1-x)$$



Από 0 → 1 οι ευθείες είναι ζωγραφισμένες στο σχήμα.

Το χάσμα στο L είναι πάντα υψηλότερο ενεργειακά είτε από το X είτε από το Γ για κάθε τιμή x_{Al} .

2.21

Το $Hg_xCd_{1-x}Te$ είναι ένας άμεσος ημιαγωγός με χάσμα στο Γ

Έτσι $E_g(Hg_xCd_{1-x}Te) = x(-0.3eV) + (1-x)*1.6eV = 0.1eV \rightarrow x = 0.79$

Άρα ο ημιαγωγός $Hg_{0.79}Cd_{0.21}Te$ έχει $E_g = 0.1eV$ και χρησιμοποιείται για ανιχνευτές υπερώθρου.

[Παρατήρηση: Το αρνητικό χάσμα (-0.3eV) είναι γιατί ο ημιαγωγός $HgTe$ είναι μια οριακή περίπτωση όπου παρότι η ΖΣ είναι πλήρης, έχει μεταλλική συμπεριφορά διότι το άκρο της Ζ.Α. βρίσκεται 0.3eV χαμηλότερα από το άκρο της Ζ.Σ.

2.22

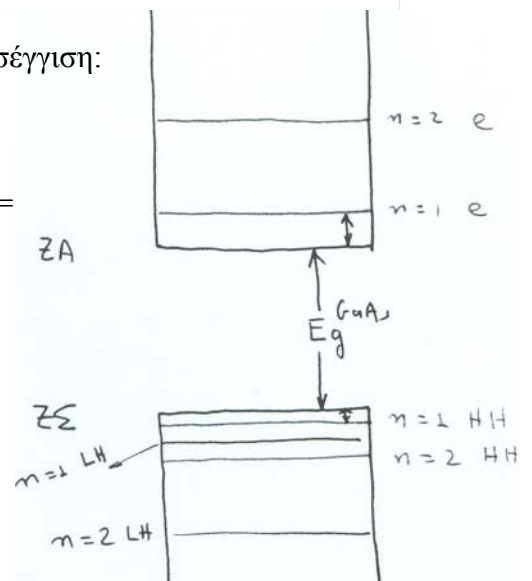
Για ένα πηγάδι $GaAs/AlAs$ ισχύει στην απειρόβαθη προσέγγιση:

$$E_{gQW} = E_g^{GaAs} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e^* w^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{HH}^* w^2}$$

$$= E_g^{GaAs} + \left[\frac{\pi^2 \hbar^2}{2w^2} \right] * \frac{1}{\mu} \text{ όπου } \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_{HH}^*} = \frac{1}{0.058m_0}$$

$$E_{gQW} = 1.43eV + \frac{\pi^2 \hbar^2 c^2}{2w^2} * \frac{1}{0.058m_0} * c^2 =$$

$$1.5eV \rightarrow \dots \rightarrow w = 100 \text{ \AA}$$



2.23

Στην απειρόβαθη προσέγγιση ισχύει για την κβαντική τελεία ότι

$$E(n_x, n_y, n_z) = E_c + \{ \pi^2 \hbar^2 / 2m_e^* w^2 \} * (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

όπου $n_x = 1, 2, \dots$

$n_y = 1, 2, \dots$

$n_z = 1, 2, \dots$

Το ελάχιστο της Ζ.Α. στην κβαντική τελεία θα είναι όταν $n_x = n_y = n_z = 1$, δηλαδή

$$E_{ZA(\min)} = E_c + 3\pi^2 \hbar^2 / 2m_e^* w^2$$

Ομοίως για την Ζ.Σ. το μέγιστό της θα δίνεται από

$$E_{ZS(\max)} = E_v - 3\pi^2 \hbar^2 / 2m_{HH}^* w^2$$

Έτσι το $E_g^{QD} = E_{ZA(\min)} - E_{ZS(\max)} = E_c - E_v + 3\pi^2 \hbar^2 / 2w^2 (1/m_e^* + 1/m_{HH}^*)$

Με $E_c - E_v = E_g^{GaAs} = 1,43\text{eV}$ και $1/m_e^* + 1/m_{HH}^* = 1/\mu$ έχουμε:

$$E_g^{QD} = E_g^{GaAs} + 3\pi^2 \hbar^2 / 2\mu w^2$$

2.34

- Στο άκρο της ζώνης αγωγιμότητας ισχύει:

$$n = N_c * \exp(E_F - E_C) / k_B T$$

Η ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στο άκρο της ζώνης αγωγιμότητας είναι:

$$N_c = 2(m_e^* k_B T / 2\pi * \hbar^2)^{3/2}$$

Για GaAs: $m_e^* = 0,067m_0$

$$\hbar = 0,67 \text{ meV} * \text{ps}$$

$$k_B = 8,617 * 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$$

Για Si: $m_e^* = 6^{2/3} * (m_l^* * m_t^*)^{1/3} = 6^{2/3} * (0,98m_0 * 0,19m_0)^{1/3}$

- Στο άκρο της ζώνης σθένους ισχύει:

$$\rho = N_v * \exp(E_v - E_F) / k_B T$$

Η ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στο άκρο της ζώνης σθένους είναι:

$$N_v = 2(m_h^* k_B T / 2\pi * \hbar^2)^{3/2} \text{ με } m_h^*{}^{3/2} = (m_{HH}^*{}^{3/2} + m_{LH}^*{}^{3/2})$$

Έτσι το $N_v = 2(k_B T / 2\pi * \hbar^2)^{3/2} * (m_{HH}^*{}^{3/2} + m_{LH}^*{}^{3/2})$

Για GaAs: $m_{HH}^* = 0,5m_0$

$$m_{LH}^* = 0,08m_0$$

Για Si: $m_{HH}^* = 0,49m_0$

$$m_{LH}^* = 0,16m_0$$

2.35

Η εξάρτηση του ενεργειακού χάσματος από τη θερμοκρασία δίνεται από τον τύπο

$$E_g(T) = E_g(0) - \alpha T^2 / T + \beta$$

Η ενδογενής συγκέντρωση των φορέων δίνεται από τον τύπο:

$$n_i(T) = 2 * (k_B T / 2\pi * \hbar^2)^{3/2} * (m_e^* * m_h^*)^{3/4} * \exp(-E_g(T) / k_B T)$$

Για να κάνουμε υπολογισμούς του $n_i(T)$ υπολογίζουμε τα m_e^* και m_h^* όπως και στην άσκηση 2.34, χρησιμοποιώντας τις ενεργές μάζες του Si, Ge, και GaAs από τον πίνακα σ.147, καθώς και την σχετική θεωρία. Επίσης παίρνουμε τα δεδομένα για τα α , β από την εκφώνηση της άσκησης.